вершается работа порядка 10 Дж. Это ничтожно мало по сравнению с удельной теплотой плавления $\lambda = 3{,}34 \cdot 10^5$ Дж/кг, так что поправка к удельной теплоте плавления за счет работы проявляется только в пятом знаке. Опять получаем, что для изменения внутренней энергии при плавлении можно применять такую же формулу, как для количества теплоты. И, опять же, главное отличие формулы для внутренней энергии состоит в том, что она применима независимо от того, каким образом изменилась внутренняя энергия.

Остался третий процесс — испарение жидкости. Будем считать, что испарение происходит в закрытом поршнем сосуде, в котором поддерживается атмосферное давление и соответствующая этому давлению, равному давлению насыщенных паров, температура (для воды 373 К). Оценим произведенную паром работу, учитывая, что объем пара гораздо больше объема воды:

$$A = p(V_п - V_ж) \approx pV_п = \frac{m}{M}RT,$$

где M — молярная масса вещества. Изменение внутренней энергии при этом равно

$$\Delta U = \left(r - \frac{RT}{M}\right)m,$$

относительная поправка к удельной теплоте испарения составляет для воды $RT/(Mr) \approx 0{,}076$, т.е. почти 8%. Видно, что удельное изменение внутренней энергии заметно отличается от удельной теплоты испарения.

После столь многих аргументов «в защиту внутренней энергии» становится непонятным, почему же все-таки за основные приняты формулы не для ΔU, а для Q? Почему в технических справочниках приводят значения удельной теплоты испарения, а не удельных изменений внутренней энергии? Чтобы понять, в чем тут дело, обратимся к уравнению теплового баланса — одному из важных для практики применений формул термодинамики.

Как правильно записать закон сохранения энергии для теплообмена между телами теплоизолированной системы? На первый взгляд может показаться, что закон сохранения энергии должен иметь вид $\Delta U = 0$, где U — полная внутренняя энергия, т.е. $\Delta U_1 + \Delta U_2 + \ldots = 0$. Однако это не так. Если в систему входят тела, объем которых заметно изменяется (газы, пары), то работа системы против внешних сил не равна нулю и не равно нулю изменение полной внутренней энергии, но $\Delta U + A = 0$. Запишем первый закон термодинамики для каждого из тел, входящих в систему: $Q_1 = \Delta U_1 + A_1$, $Q_2 = \Delta U_2 + A_2$, ... и сложим получившиеся уравнения. Так как полная работа тел друг над другом равна нулю (в соответствии с третьим законом Ньютона), сумма $A_1 + A_2 + \ldots$ равна только работе против внешних сил A. Поскольку $\Delta U_1 + \Delta U_2 + \ldots = \Delta U$, то, с учетом уравнения $\Delta U + A = 0$, получаем, что закон сохранения энергии надо записывать в виде

$$Q_1 + Q_2 + \ldots = 0.$$

Значит, в точное уравнение теплового баланса входят именно количества теплоты, полученные телами системы от других тел, а не изменения их внутренних энергий.

Так что в справочниках действительно все в порядке. Но, усомнившись и развеяв сомнения, мы почувствовали себя гораздо лучше.

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ КРУЖОК

Миф о Дидоне и изопериметрическая задача

И.ШАРЫГИН

Мы смогли найти клад потому, что знали о его существовании.

Из воспоминаний кладоискателя

В римской мифологии есть легенда о Дидоне. Согласно этой легенде, Дидона была дочерью царя Тира и женой жреца Геракла Акербаса; После того как брат Дидоны Пигмалион убил ее мужа, позарившись на его богатства, Дидона была вынуждена бежать. Захватив с собой часть сокровищ мужа, она в сопровождении многочисленных спутников прибыла в Африку и купила у берберийского царя Ярба землю. По условию она могла взять столько земли, сколько покроет одна бычья шкура. Дидона разрезала эту шкуру на тонкие ремни и окружила этими ремнями изрядный кусок земли. На этом месте была основана цитадель Карфагена Бирсу. (По-гречески «бирсу» как раз и означает «шкура».)

Так гласит легенда. А вот известная головоломка.

Можно ли в листе бумаги размером с обычную страницу из тетради проделать такое отверстие, чтобы сквозь него мог свободно пройти человек?

Нетрудно увидеть сходство этой головоломки с проблемой, которую решала Дидона. Несмотря на некоторое усложнение задачи — лист не должен распадаться на части, — «метод Дидоны» вполне может быть использован при решении этой головоломки. Кстати, очень может быть, что и сама Дидона решала именно такую задачу. Просто историки, специалисты по мифологии, наконец, переводчики не слишком обращали внимание на точную постановку «задачи Дидоны». (Если вы не справились с этой головоломкой, загляните в конец журнала, там вы найдете одно из возможных решений.)

И хотя с математической точки зрения постановка задачи в головоломке является более точной, чем задача, поставленная перед Дидоной, она еще не дотягивает до уровня точности, которой должна удовлетворять настоящая «математическая задача». Вообще, проблема «постановки задачи» является главной проблемой математического моделирования, главным вопросом прикладной математики. В некотором смысле даже умение правильно поставить, сформулировать задачу важнее умения ее решить.

Но прежде чем перейти к математической части нашей статьи, упомянем еще одну задачу, которая часто встречается в фольклоре и литературе. В