Если вместо миллиамперметра включить конденсатор, то после некоторого переходного процесса токи в цепях протекать перестанут — конденсаторы окажутся заряженными до таких напряжений, что оба диода будут все время заперты. Для этого первый конденсатор должен иметь напряжение U_0 «плюсом» к точке соединения диодов, а второй конденсатор при этом будет заряжен до напряжения $2U_0$ (именно таким будет максимальное значение потенциала точки соединения диодов по отношению к общему проводу). Пока конденсаторы не зарядятся до таких напряжений, они будут получать дополнительные заряды в те отрезки времени, когда диоды оказываются открытыми. Итак, напряжение на втором конденсаторе составит примерно 620 В. Кстати, такая схема используется на практике, ее называют «выпрямитель с удвоением напряжения» — ясно, почему.

А.Повторов

Ф1577. *Цепь состоит из 1000 одинаковых звеньев — каждое звено включает катушку индуктивностью L = 1 мГн и конденсатор емкостью C = 0,1 мкФ (рис.1). К последнему звену подключен резистор сопротивлением R = 100 Ом (числа подобраны специально!). Батарейку напряжением U_0= 10 В подключают к первому звену, после чего через некоторое время ток через резистор начинает возрастать, а потом принимает установившееся значение. Через какую из катушек быстрее всего меняется ток, если с момента подключения батарейки прошло τ = = 0,001 с? Оцените также скорость нарастания тока через резистор в тот момент, когда ток через него станет равным половине установившегося значения. Элементы цепи считайте идеальными.*

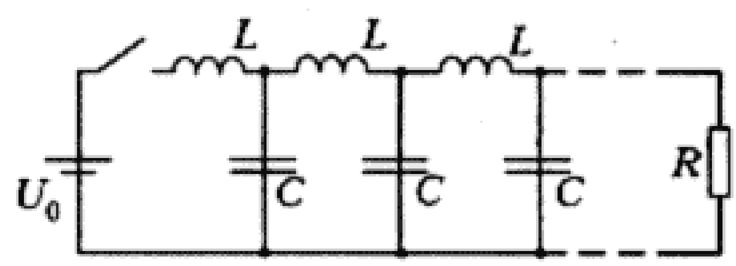

Рис.1

В момент подключения батарейки по цепи начинает бежать волна. Для оценки будем считать, что при прохождении волны через очередную ячейку ее конденсатор зарядится до U_0, а в катушке установится ток I_0. Как обычно, в волне равны энергии $CU_0^2/2$ и $LI_0^2/2$, откуда для тока получим

$$I_0 = U_0\sqrt{\frac{C}{L}} = 0{,}1\ \text{А} = \frac{U_0}{R}.$$

Видно, что сопротивление на конце цепи и в самом деле подобрано — оно «заменяет» бесконечную цепь из конденсаторов и катушек с заданными в условии задачи параметрами. Оценим грубо запаздывание $\Delta\tau$ в расчете на одно звено, т.е. время, за которое ток I_0 заряжает конденсатор от нуля до U_0:

$$\Delta\tau = \frac{CU_0}{I_0} = \sqrt{CL} = 10^{-5}\ \text{с}.$$

Быстрее всего меняется ток через катушку того звена, до которого добежала к данному моменту волна, — в нашем случае это ячейка номер $10^{-3}/10^{-5}$ = 100. Скорость нарастания тока через резистор в тот момент, когда величина этого тока составит половину установившегося значения, может быть оценена так. Через последнюю катушку течет ток I_0, через резистор — ток $I_0/2$, а ток, заряжающий конденсатор, составляет $I = I_0 - 0{,}5I_0 = 0{,}5I_0$. Тогда скорость нарастания тока определяется ростом напряжения на конденсаторе, т.е. величиной

$$\frac{\Delta U}{\Delta t} = \frac{0{,}5I_0}{C} = \frac{0{,}5U_0}{RC} = 5\cdot10^5\ \text{В/с}.$$

Оценку времени запаздывания можно провести более аккуратно, если рассмотреть в качестве источника не батарейку, а источник гармонического напряжения, — впрочем, ответ останется тем же. Для гармонического напряжения выбранной низкой частоты ω можно найти сдвиг фаз между напряжениями соседних ячеек — у нас получится величина $\varphi \sim \omega$, что и будет означать наличие некоторого запаздывания $\Delta\tau = \varphi/\omega$. Найти эти величины проще всего из векторных диаграмм напряжений и токов в соседних ячейках (рис.2).

Для упрощения рассуждений будем считать, что цепь имеет бесконечное число звеньев. Первая диаграмма построена для разветвления токов «катушка – конденсатор – катушка», амплитуды токов всех катушек в установившемся режиме (а для нашего случая синусоидального воздействия мы интересуемся именно установившимся режимом) одинаковы, ведь элементы цепи идеальные. Вторая диаграмма соответствует напряжениям катушки и двух конденсаторов. Ясно, что сдвиги фаз на диаграммах одинаковы. Обозначив фазовый сдвиг φ, запишем

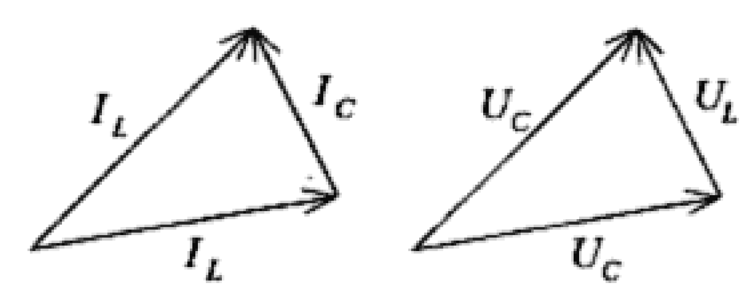

Рис.2

$$0{,}5I_C = I_L\sin\frac{\varphi}{2} \approx I_L\frac{\varphi}{2}$$

(для низких частот токи конденсаторов малы, и угол сдвига фаз можно считать малым). Аналогично для напряжений:

$$0{,}5U_L = U_C\sin\frac{\varphi}{2} \approx U_C\frac{\varphi}{2}.$$

Отсюда сразу находим

$$\varphi = \frac{U_L}{U_C} = \omega\sqrt{LC},\ \Delta\tau = \frac{\varphi}{\omega} = \sqrt{LC}.$$

У нас получилась одна и та же величина для всех достаточно низких частот приложенного гармонического напряжения. Теперь получим соотношения между амплитудами токов и напряжений в такой бесконечной цепи:

$$I_L = \frac{U_L}{\omega L} = \frac{\varphi U_C}{\omega L} = \frac{U_C}{\sqrt{L/C}}.$$

Напряжения всех конденсаторов одинаковы, поэтому получается, что сопротивление такой цепи чисто активное и составляет $\sqrt{L/C}$ = 100 Ом. Ясно, что резистор с таким сопротивлением и в самом деле «заменяет» цепь из бесконечного числа звеньев, подключенную к концу нашей цепи из 1000 звеньев.

А.Зильберман