1880 года в семье доктора медицины, доцента университета. Отца он в живых не застал, тот внезапно умер в конце предыдущего года. В семье было еще трое детей — две сестры и брат. Мать имела небольшие средства, впрочем, достаточные, чтобы дать детям хорошее воспитание и образование. Далее приходится пропустить 18 лет, мы знаем только, что, окончив гимназию в 1898 году, С.Н.Бернштейн отправился учиться в Парижский университет (знаменитую Сорбонну).

По словам Сергея Натановича, математикой он заинтересовался в старших классах гимназии и самостоятельно изучил аналитическую геометрию. В прошлом веке не практиковались математические кружки и олимпиады, так что гимназисты не имели случая отличиться и оценить свои силы. К этим скудным сведениям остается только добавить, что, родившись на берегах Черного моря, он любил его и был прекрасным пловцом. Случалось ему заплывать в такую даль, что не видно было земли, и приходилось определять направление к берегу по солнцу.

В Сорбонне курс был рассчитан на 4 года, но С.Н.Бернштейн закончил обучение на год раньше. Экзаменов было мало, но зато они были огромного объема. Лекции читали такие первоклассные математики, как Аппель и Гурса, а небесную механику читал сам Пуанкаре. Кроме того, С.Н.Бернштейн тщательно изучал современные труды Адамара по теории аналитических функций и Пикара по дифференциальным уравнениям. Париж издавна — со времен Декарта и Паскаля — был мировым центром математической мысли. Однако в конце прошлого века там еще не вошли в моду научные семинары, и молодому иностранцу было трудно, почти невозможно, примкнуть к кругу французских математиков. После нескольких бесплодных попыток установить с ними контакты и обсудить темы возможных самостоятельных исследований С.Н.Бернштейн, разочарованный неудачей, переехал в Германию, в Гёттинген, где работал прославленный семинар Гильберта и куда съезжалась молодежь со всех концов света.

Вы, вероятно, знаете, что в 1900 году, на рубеже двух столетий, на Международном конгрессе математиков в Париже Гильберт выдвинул свои 23 знаменитые проблемы, которым суждено было во многом определить направление творческих усилий математиков в нашем веке. В начале доклада Гильберт говорил: «Как вообще каждое человеческое начинание связано с той или иной целью, так и математическое творчество связано с постановкой проблем». Далее он сказал, что хотел бы предложить проблемы достаточно трудные, чтобы нас привлекать, но не настолько трудные, чтобы нас отталкивать. Вы и сами были бы рады, если бы на кружках и олимпиадах вам давали задачи именно такие — интересные и нелегкие, но вместе с тем не совсем уж безнадежные. Кроме того, Гильберт полагал, что проблему можно считать совершенной лишь тогда, когда ее условие так просто и ясно, что мы готовы ее объяснить первому встречному. Смешно было бы эту метафору понимать буквально.

Итак, в 1902 году С.Н.Бернштейн приехал в Гёттинген в поисках подходящих задач для начала творческой работы, а также для знакомства с трудами знаменитой гёттингенской школы, которая вела свою родословную от Гаусса, Дирихле и Римана. В университете С.Н.Бернштейн посещал блестящие лекции Гильберта и Минковского, полные новых идей, а также стал работать в семинаре Гильберта. Вскоре тот обратил внимание на глубокий интерес молодого участника и лично предложил С.Н.Бернштейну испытать свои силы на 19-й проблеме. Эта проблема касалась аналитических решений дифференциальных уравнений второго порядка в частных производных эллиптического типа. Дорогой читатель, не падайте духом, если не поняли ни единого слова, — это нормально. В чем смысл вопроса? Попытаемся в общих чертах, не входя в детали, разобраться. Иными словами, не хотите ли примерить на себя шкуру вышеупомянутого прохожего? Если угодно, то можете коечто пропустить и следить только за общей нитью рассказа.

Рассмотрим функцию двух переменных $u = f(x,y)$. Зафиксируем переменную y и вычислим производную от u по переменной x; она называется частной производной от функции u по переменной x и обозначается $\frac{\partial u}{\partial x}$; аналогично вводится $\frac{\partial u}{\partial y}$. Можно вычислить частные производные от $\frac{\partial u}{\partial x}$ и $\frac{\partial u}{\partial y}$, они называются частными производными второго порядка и обозначаются $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$, $\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y}$, $\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$. Вот простой пример дифференциального уравнения в частных производных:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0.$$

Это уравнение встречается в математике, физике и астрономии. Оно называется уравнением потенциала, а его решения называются гармоническими функциями. Гармонических функций имеется бесконечное множество. Укажем некоторые из них:

$$u = x^2 - y^2,\ u = xy,$$
$$u = \left(e^x + e^{-x}\right)\cos y.$$

Произвольное уравнение второго порядка можно записать так:

$$\varphi\left(x, y, u, \frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial u}{\partial y}, \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y}, \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right) = 0, \tag{1}$$

где $\varphi(t_1, t_2, \ldots, t_8)$ — некоторая функция от восьми переменных. В зависимости от свойств φ эти уравнения классифицируют как уравнения эллиптического, гиперболического или параболического типов. Слова не случайны: имеется связь с уравнениями эллипса, гиперболы и параболы. Свойства решений существенно зависят от того, к какому типу относится уравнение.

А какие функции называются аналитическими? Функция комплексной переменной f, определенная в некоторой области D, называется аналитической в D, если существует производная f' в каждой точке области D. По форме производная определяется точно так же, как в вещественном случае, но принципиальное различие состоит в том, что приращение независимой переменной стремится к нулю, принимая комплексные значения. Требование иметь такую производную гораздо более жесткое, чем дифференцируемость в вещественном смысле. Функцию f от нескольких комплексных переменных $z_1, \ldots, z_m$ называют аналитической, если существуют ее частные производные по всем переменным.

Обе идеи — дифференцировать функции по комплексной переменной и рассматривать уравнения в