$\hbar = 1{,}0 \cdot 10^{-34}$ Дж·с — постоянная Планка. В основе этой формулы лежит фундаментальный экспериментальный факт, что поведение электрона в пространстве имеет волнообразный характер. Именно поэтому даже уединенный электрон, как в кластерной ячейке, справедливо назвать электронным облаком. Полагая λ равной длине наиболее удаленной орбиты $2\pi R$ и учитывая, что кинетическая энергия равна $m_e v^2/2$, где $v = p/m_e$ — скорость электрона массой $m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ кг, найдем $E_4 = \dfrac{\hbar^2}{2m_e R^2}$.

Таким образом, суммарная энергия

$$E(R) \simeq -\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 R} + \frac{3R_e^2 e^2}{4\pi\varepsilon_0 R^3} + \frac{\hbar^2}{2m_e R^2}. \qquad (1)$$

Обратим внимание, что в выражение (1) не вошла величина Z. Это значит, что наша оценка годится для атомов с произвольным числом электронов.

Итак, сдавливанию ячейки и, следовательно, всего кластера способствует кулоновская энергия притяжения внешнего облака к иону, но препятствует некулоновская энергия его отталкивания от внутренних электронных оболочек, а также кинетическая энергия внешнего облака. Поэтому функция $E(R)$ имеет минимум при $R = R_a$, который можно найти, взяв производную $dE(R)/dR$ и приравняв ее к нулю. Результат $R_a \simeq 3{,}5R_e$ соответствует минимальному значению энергии E_m.

Размеры внутренних электронных оболочек большинства элементов периодической системы Менделеева, находящихся в конденсированных состояниях вещества, не сильно отличаются друг от друга и в среднем составляют величину, равную боровскому радиусу $a_0 = \dfrac{4\pi\varepsilon_0 \hbar^2}{m_e e^2} = 0{,}53 \cdot 10^{-10}$ м. Это значит, что ионные остовы радиусом $R_e = a_0$ занимают в ячейках довольно-таки малую часть объема: $R_e^3/R_a^3 \cdot 100\% \simeq 10\%$, не препятствуя внешнему облаку объединять атомы в прочный и упругий кластер, свойства которого зависят от отношения R_e/R_a. Объем ячейки такого кластера по порядку величины равен

$$\Omega = \frac{4\pi}{3} R_a^3 \simeq$$
$$\simeq 10^2 a_0^3 \simeq 10^2 \left(\frac{4\pi\varepsilon_0 \hbar^2}{m_e e^2}\right)^3 \simeq 10^{-29}\ \text{м}^3. \qquad (2)$$

Интересно, что большая часть из всего разнообразия форм вещества, встречающегося в природе, образует кластеры с атомными объемами, отличающимися от (2) не более чем на порядок. Этот замечательно предусмотренный Создателем факт позволяет в первом приближении как бы подразделить наш Мир на два: микроскопический Мир с электронами и ядрами, который задает величину Ω, и макроскопический Мир с булыжниками, горами и планетами, параметры которых определяются величиной Ω.

Обратите внимание на отличие эстетической благозвучности слов «электрон» и «планета» от прозаичности слова «булыжник». А все потому, что булыжник рядом. Далекое, непознанное или малопознанное всегда кажется привлекательнее. Но познан ли нами Булыжник? Думаю, что на страницах «Кванта» это имя звучит впервые. А впереди речь о Булыжнике и ему подобных.

Энергию E_m можно еще представить как работу A внешней силы f, которую надо приложить к атому, чтобы удалить его от кластера на расстояние, большее размера ячейки. Другими словами, на расстояние, соответствующее разрыву межатомной связи. В этом случае $E_m = A = fR = f\Omega^{1/3}$.

Для характеристики жесткости межатомной связи удобно ввести величину $\varkappa = E_m/\Omega$, которая называется упругой постоянной. Эта величина определяет плотность энергии в ячейке и может быть вычислена на основании формул (1) и (2). Результат

$$\varkappa \simeq 10^{-2} \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 a_0^4} = \frac{10^{-2} m_e^4 e^{10}}{(4\pi\varepsilon_0)^5 \hbar^8} \simeq$$
$$\simeq 10^{11}\ \text{Н/м}^2 \qquad (3)$$

соответствует порядку экспериментально наблюдаемых величин упругих постоянных твердых тел.

Таким образом, в первом приближении сложная картина электромагнитных взаимодействий внутри атомной ячейки может быть представлена параметрами $\varkappa$ и Ω, которые можно использовать для оценок макроскопических параметров кластера.

Увлекаясь, Он продолжал собирать кластер, присоединяя к нему теперь уже сотни атомов, потом тысячи... Его интересовало, когда же начнут проявляться гравитационные эффекты... Да, конечно, Он знал, что уже в III веке до нашей эры великий Аристотель начнет разрабатывать идею сферически-симметричной гравитации: «...ибо каждая из ее частей имеет вес до тех пор, пока не достигнет центра, и так как меньшая часть теснима большей, то они не могут образовывать волнистую поверхность, но подвергаются взаимному давлению и уступают одна другой до тех пор, пока не достигнут центра».

Согласитесь, что пренебрежение многокилометровыми неоднородностями земной поверхности, например горами, которые на 3–4 порядка превосходят типичные размеры человека и окружающих его предметов, является нетривиальным шагом на пути к пониманию гравитации. Однако, хотя Аристотель был не только замечательным физиком, но и высочайшего класса математиком, потребовалось 2000 лет, чтобы найти математическое описание этой физической идеи. Такой трудной оказалась эта задача. Еще позже была решена задача об электромагнитных явлениях в средах и, в частности, было установлено, что силы гравитационного притяжения должны быть много меньше электромагнитных сил. Наши предыдущие вычисления позволяют проиллюстрировать этот вывод.

Упругую постоянную $\varkappa$ можно еще определить через давление критической силы $f \simeq \varkappa\Omega^{2/3}$ на поверхность ячейки. Значения сил, больших f, разрушают ячейку кластера. Сравним силу f с гравитационной силой $f_{гр}$, действующей между двумя атомами. Согласно закону всемирного тяготения Ньютона, $f_{гр} = Gm^2/(2R_a)^2$, где $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ Н·м²/кг² — гравитационная постоянная. Полагая, что характерная плотность твердых тел $\rho \simeq 5000$ кг/м³, получим

$$\frac{f_{гр}}{f} \simeq \frac{Gm^2}{\varkappa\Omega^{4/3}} \simeq 10^{-35}.$$

Известный американский физик Р. Фейнман по аналогичному поводу и без надежды услышать ответ однажды воскликнул: «Каким же должно быть общее уравнение, если, решая его для двух видов сил грави-